

Mathematical Modeling of Population Growth Prediction Until

۲۰۴۱ □□ □□□□

Ali Ehsani¹ , Mansour Sharifi^{2*} , Shahla Kazemipour³

¹ Dept of Demography, Central Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran

² Dept of Demography, Garmsar Branch, Islamic Azad University, Garmsar, Iran

³ Dept of Demography, University of Tehran, Tehran, Iran

Article Info

Article type:
Research article

Article History:

Received: Jun. 06, 2023

Revised: Sep. 09, 2023

Accepted: Oct. 11, 2023

Published Online: May. 12, 2024

* Correspondence to:

Mansour Sharifi

Dept of Demography, Garmsar

Branch, Islamic Azad

University, Garmsar, Iran

Email:

Sharifim@ut.ac.ir

ABSTRACT

Introduction: It is unlikely that the population growth rate has stayed steady in recent years, given the present situation in Iran. There has been a slight rise in population growth over the past 60 years, according to birth, mortality, and census results from 1956 to 2016.

Material & Methods: Mathematical modeling is a common element of computer programs used to predict population growth. This model was applied as a useful and instructive tool in the present research to predict Iran's population until 2041.

Results: The standard mathematical modeling approach predicted the total population using the data from Iran's 1956–2016 census using different mathematical modeling methods. The descriptive population growth prediction model (exponential) outperformed the other techniques in terms of compatibility with historical population data. Furthermore, it proved to be highly effective and appropriate for projecting Iran's population in the future. For the year 2041, the following population estimates were projected: A total population of 113,215,189, a male population of 57,366,315, a female population of 55,848,874, an urban population of 83,786,814, a rural population of 29,428,375, and a total population of Iran exceeding 100 million people during the year 2031.

Discussion & Conclusion: Combining the exponential and hyperbolic extrapolation models allows for the prediction that Iran's population will increase to 159,852,540 people by the year 2075, which is twice as many as that of the 2016 census. Moreover, it is also feasible to calculate the approximate total population that lived 100,000 years before the 1956 census using mathematical modeling.

Keywords: Population Prediction, Mathematical Modeling, Exponential Growth, Hyperbolic Growth, Doubling Time

➤ How to cite this paper

Ehsani A, Sharifi M, Kazemipour Sh. Mathematical Modeling of Population Growth Prediction Until 2041 in Iran. Journal of Ilam University of Medical Sciences. 2024;32(1): 99-115.

مدل سازی ریاضی پیش بینی رشد جمعیت تا ۱۴۲۰ ایران

علی احسانی^۱ , منصور شریفی^۲ , شهلا کاظمی پور^۳^۱ گروه جمعیت شناسی، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران^۲ گروه جمعیت شناسی، واحد گرمسار، دانشگاه آزاد اسلامی، گرمسار، ایران^۳ گروه جمعیت شناسی، دانشگاه تهران، تهران، ایران

چکیده

اطلاعات مقاله

نوع مقاله: پژوهشی

تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۰۳/۱۶

تاریخ ویرایش: ۱۴۰۲/۰۶/۱۸

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۰۷/۱۹

تاریخ انتشار: ۱۴۰۳/۰۲/۲۳

مقدمه: در شرایط کنونی ایران، ثابت بودن میزان رشد جمعیت طی سال های اخیر امری بعید است. آمارهای موالید، مرگ و میر و نتایج سرشماری های ۱۳۳۵ الی ۱۳۹۵ نشان می دهند که طی ۶۰ سال گذشته، میزان رشد جمعیت سیر صعودی بسیار اندکی داشته است.

مواد و روش ها: مدل سازی ریاضی یک بخش استاندارد برنامه محاسباتی به منظور پیش بینی رشد جمعیت است. در این تحقیق از این مدل به عنوان یک ابزار کاربردی و آموزشی جهت پیش بینی جمعیت ایران تا سال ۱۴۲۰ هجری شمسی استفاده شد.

یافته های پژوهش: با استفاده از نتایج داده های سرشماری های انجام شده ایران از سال ۱۳۳۵ الی ۱۳۹۵ جمعیت کل، با روش مدل سازی ریاضی استاندارد، پیش بینی جمعیت از طریق مدل های مختلف ریاضی بررسی و مطالعه گردید. از میان روش های مختلف، مدل سازی ریاضی پیش بینی رشد تشریحی (نمایی) جمعیت برای داده های جمعیتی گذشته بسیار دور سازگاری مفیدی را نشان داد؛ اما برای پیش بینی جمعیت ایران در افق های آینده کارایی و تناسب خوبی دارد که در افق ۱۴۲۰، جمعیت کل ۱۱۳۲۱۵۱۸۹، جمعیت مردان ۵۷۳۶۶۳۱۵، جمعیت زنان ۵۵۸۴۸۸۷۴، جمعیت نقاط شهری ۸۳۷۸۶۸۱۴، جمعیت نقاط روستایی ۲۹۴۲۸۳۷۵ و جمعیت ایران طی سال ۱۴۱۰ هجری شمسی بالغ بر ۱۰۰ میلیون نفر برآورد شده است.

بحث و نتیجه گیری: با استفاده از ترکیب دو مدل تشریحی و مدل مبالغه آمیز (هیپربولیک) می توان زمان مضاعف سازی جمعیت ایران پس از ۵۹ سال، یعنی در سال ۱۴۵۴، به جمعیت کل ۱۵۹۸۵۲۵۴۰ نفر و همچنین جمعیت کل سرشماری ۱۳۹۵ پس از ۵۹ سال، در سال ۱۴۵۴ نیز دو برابر می شوند؛ همچنین با استفاده از مدل سازی ریاضی، به برآورد تعداد کل افرادی که ۱۰۰ هزار سال پیش از سرشماری ۱۳۳۵ میزیستند، نیز می توان دست یافت.

واژه های کلیدی: پیش بینی جمعیت، مدل سازی ریاضی، رشد نمایی، رشد هیپربولیک، زمان مضاعف سازی

نویسنده مسئول:

منصور شریفی

گروه جمعیت شناسی، واحد گرمسار، دانشگاه آزاد اسلامی، گرمسار، ایران

Email:

Sharifim@ut.ac.ir

استناد: احسانی علی، شریفی منصور، کاظمی پور شهلا. مدل سازی ریاضی پیش بینی رشد جمعیت تا ۱۴۲۰ ایران. مجله دانشگاه علوم پزشکی ایلام،

اردیبهشت ۱۴۰۳؛ ۳۲(۱): ۹۹-۱۱۵.

درباره میزان جمعیت و چگونگی رشد و توزیع آن دیدگاه‌های مختلفی وجود دارد. برخی معتقدند، رشد فزاینده جمعیت یکی از عوامل مهم کندی رشد و توسعه اقتصادی است که باعث می‌شود رونق اقتصادی زیر بار جمعیت درهم بشکند و یا کاهش یابد. از سویی، برخی از دانشمندان معتقدند که افزایش جمعیت باعث افزایش مصرف، تقاضا، عرضه و تولید می‌گردد. درواقع، افزایش جمعیت عامل رشد و توسعه اقتصادی، عامل ایجاد ثروت، قدرت و درنهایت، بهروزی و اعتلای جامعه است. این افراد اعتقاد دارند، توزیع نامناسب جمعیت بر رشد و توسعه جامعه اثرگذار است. هدف از این تحقیق پیش‌بینی رشد جمعیت ایران تا افق ۱۴۲۰ (با استفاده از مدل‌سازی ریاضی) است. امید است سیاست‌گذاران ملی و منطقه‌ای به‌منظور توزیع متعادل جمعیت در نقاط مختلف کشور و تناسب معقول جمعیت شهری و روستایی که عامل مهم در نحوه توزیع امکانات و خدمات و میزان برخورداری‌ها و درنهایت، تأمین عدالت اجتماعی است، راهکارهای مناسبی را به کار گیرند. بررسی‌های صورت گرفته نشان می‌دهد که مشخصه اصلی جمعیت ایران در چند دهه گذشته، رشد بالای آن است که حاکی از آن است که پدیده افزایش جمعیت از مشخصه‌های اصلی حرکات جمعیت در کشور ایران است. ازجمله عوامل اصلی رشد جمعیت کشور ایران، علاوه بر رشد ذاتی (طبیعی) جمعیت، مهاجرت به‌سوی شهرها و بهبود شرایط زندگی است که عمدتاً به علت جاذبه‌های اقتصادی، فرهنگی و اجتماعی است. هر نوع برنامه‌ریزی برای آینده جمعیت کشور ایران نیازمند دانستن رشد، تعداد و ترکیب جمعیت کشور در سال‌های آینده است. این پژوهش به پیش‌بینی جمعیت ایران بر اساس و باروش مدل‌سازی ریاضی، با استفاده از سرشماری‌های انجام شده از ۱۳۳۵ تا ۱۳۹۵، جمعیت ایران در مقاطع پنج‌ساله تا سال ۱۴۲۰ را برآورد می‌کند و تلاش خواهد نمود که راهکار پیش‌بینی رشد جمعیت ایران را از لحاظ علم ریاضی ارزیابی کند؛ اما در کنار آن شناخت ویژگی‌های جمعیتی کشور ایران در گذشته و حال، برآورد رشد آینده جمعیت و افزایش جمعیت ایران با

مدل‌های مختلف ریاضی، به‌ویژه دو مدل نمایی (تشریحی) و هیپربولیک (مبالغه‌آمیز) و یا با مدل متناسب مورد مطالعه قرار گرفته است. لازم است به‌منظور جلوگیری از شدت آسیب‌های ناشی از نبود برنامه‌ریزی مبتنی بر آمارهای دقیق جمعیتی، بررسی روند تحولات رشد جمعیت و ترکیب جمعیت ایران تحقیق و بررسی گردد. هر نوع برنامه‌ریزی برای آینده جمعیت نیازمند آگاهی داشتن از تحولات جمعیت در سال‌های آتی است. نبود برنامه‌ریزی دقیق و درست درباره نیازهای جمعیت مشکلاتی مثل آلودگی هوا، تخریب و آلودگی محیط‌زیست، ترافیک، کمبود آب آشامیدنی، سیستم دفع فاضلاب، دور شدن مسیرهای میان محل کار و سکونت، افزایش جرم و جنایت، کمبود امکانات و تسهیلات آموزشی و رفاهی و غیره از پیامدهای رشد جمعیت شهری است (۱). طی دو قرن گذشته، جمعیت جهان به‌واسطه گذار جمعیتی و کاهش مرگ‌ومیر، به‌طور بی‌سابقه‌ای افزایش یافته است (۲). ایران نیز طی یک قرن گذشته، افزایش بی‌سابقه جمعیت را تجربه کرده است و بیشتر جمعیت آن در نقاط شهری سکونت دارند (۳). سیاست‌گذاران و طراحان برنامه‌های توسعه اقتصادی و اجتماعی در مطالعات خود، به روابط متقابل متغیرهای تأثیرگذار در تحول اقتصادی و اجتماعی می‌پردازند و شاید مهم‌ترین متغیری که در سیاست‌گذاری به‌عنوان مبنای محاسبات در نظر گرفته می‌شود، جمعیت و دگرگونی‌های آن در گذشته، حال و آینده است. تحولات جمعیت ایران در طول چند دهه گذشته، به‌ویژه در سال‌های پس از پیروزی انقلاب اسلامی، گسترده و چشمگیر بوده است. تعداد جمعیت ایران با میزان متوسط رشد سالیانه ۳/۱ درصد از حدود ۱۸۹۵۴۷۰۴ نفر در سال ۱۳۳۵، به جمعیت ۷۴۹۹۶۱۰۸ نفر در سرشماری ۱۳۹۰ با میزان متوسط رشد سالیانه ۱/۲۹ درصد و ۷۹۹۲۶۲۷۰ نفر در سال ۱۳۹۵ با میزان متوسط رشد سالیانه ۱/۲۴ درصد رسیده است. بررسی‌ها حاکی از آن است که علی‌رغم تنوع در شرایط اقتصادی، اجتماعی و فرهنگی مناطق مختلف ایران، نوعی همگرایی در رفتارهای باروری به‌وجود آمده و باروری زیر سطح جایگزینی فراگیر شده است. درواقع،

می-توان گفت، هدف برنامه تنظیم خانواده در زمینه تعدیل نرخ رشد جمعیت سالانه و کنترل موالید، حتی زودتر از زمان پیش‌بینی شده، محقق شده است. بازنگری در سیاست جمعیتی مصوب سال‌های اواخر دهه ۱۳۶۰ و اوایل دهه ۱۳۷۰ در دستور کار سیاست‌گذاران قرار گرفت؛ اما همچنان پرسش از چگونگی سیاست‌های اجرایی مناسب جمعیتی برای جامعه ایرانی بی‌پاسخ مانده است. در ۶۰ سال اخیر، یعنی از سال ۱۳۳۵ الی ۱۳۹۵، جمعیت ایران حدوداً چهار برابر شده و هم‌اکنون از مرز ۸۳ میلیون نفر نیز گذشته است. به نظر می‌آید که افزایش روند تحولات جمعیتی در ایران در آینده نیز ادامه خواهد یافت. افزایش جمعیت علاوه بر عواقب مثبت، برخی عواقب منفی نیز دارد. از عواقب مثبت می‌توان تسهیل ارتباطات و حمل‌ونقل، تسهیل تجارت و فعالیت‌های اقتصادی را نام برد. پیامدهای منفی آن توسعه شهرنشینی، به‌ویژه در شهرهای بزرگ شامل آلودگی محیط‌زیست، ترافیک سنگین حمل‌ونقل و افزایش قیمت‌ها به‌ویژه مسکن است. با توجه به این مسائل، سؤالی که مطرح می‌شود این است: آیا ما به سیاست جمعیتی برای نقاط مختلف ایران نیاز داریم؟ به عبارت دیگر، آیا لازم است که دولت به تهیه راهبرد ملی جمعیت و توسعه اقدام کند و با تهیه مناسب، بر توزیع جمعیت در سطح کشور و در میان نقاط مختلف تأثیر بگذارد؟ به عللی، در کشورهای در حال توسعه مانند ایران، به سیاست توزیع جمعیت یا راهبرد ملی جمعیت و توسعه نیاز است. سیاست‌های جمعیتی باید با توجه به تحولات و ساختار جمعیتی موجود طراحی و همواره ارزیابی شوند و در آن‌ها تجدیدنظر گردد. نداشتن شناخت درست از تحولات جمعیتی و نگرش تک‌بعدی به این تحولات موجب ارائه طرح‌ها و برنامه‌های جمعیتی به صورت ناقص و یا شتاب‌زده می‌شود که در صورت اجرا، نه تنها مفید و مؤثر نخواهند بود، بلکه گاه به فجایی غیرقابل جبران منتهی می‌گردد. روند تحولات جمعیتی ایران، هفدهمین کشور دنیا از نظر مساحت با وسعت ۱۶۴۸۱۹۵ کیلومتر مربع، تابعی از تحولات عمومی در جهان بوده است (۴). اهداف محوری این تحقیق عبارت‌اند از: شناخت ویژگی‌های جمعیتی ایران در گذشته، حال و آینده

(۱۴۲۰) و تعیین وضعیت گذار جمعیتی ایران تا سال ۱۴۲۰، به‌ویژه با استفاده از روش مدل‌سازی ریاضی متناسب که به پیش‌بینی رشد جمعیت در سال ۱۴۲۰ ایران منجر خواهد شد. عمده‌ترین روش‌های استفاده شده در این پژوهش عبارت‌اند از: روش‌های ریاضی پیش‌بینی رشد جمعیت با استفاده از مدل‌سازی و مطالعات کتابخانه‌ای-اسنادی. برآورد حجم و رشد جمعیت کل کشور به صورت فواصل زمانی پنج‌ساله با استفاده از مدل‌سازی ریاضی تا افق سال ۱۴۲۰، از نتایج مورد انتظار این پژوهش است. پرسش اصلی تحقیق این است: با استفاده از مدل‌سازی ریاضی پیش‌بینی رشد جمعیت، تغییرات و تعداد کل جمعیت ایران بر اساس ساختار جنسی، شهری و روستایی در مقاطع پنج‌ساله تا افق ۱۴۲۰ چه میزان خواهد بود؟ شانزده سال پس از تبیین تامپسون، فرانک نوشتن الگوی جمعیتی گروه اول را مرحله «کاهش آغازین» و الگوی گروه دوم را مرحله «رشد موقت» و الگوی گروه سوم را مرحله «پتانسیل رشد بالا» نامید (۵، ۶). در همان سال، کینگزلی دیویس در کتاب جمعیت دنیا در گذار و در مقاله «گذار جمعیتی» چنین نوشت: «جمعیت کره زمین به پیروزی باریک و بلند مشابیهت دارد که به کندی در حال سوختن است تا آنکه سرانجام به دینامیت می‌رسد و منفجر می‌شود» (۷). اصطلاح انفجار جمعیت دیویس همان مرحله‌ای است که نوشتن آن را مرحله رشد گذاری نامید. بدین ترتیب، واژه گذار جمعیتی تولد یافت: مرحله رفتن از میزان‌های بالای تولد و مرگ به میزان‌های پایین و از پتانسیل رشد بالا به کاهش آغازین که طی دویست سال گذشته به وقوع پیوسته و سبب شده است آن را به نام‌های دیگر از جمله «انقلاب حیاتی» و «انقلاب جمعیتی» نیز بخوانند. در حوزه جمعیت‌شناسی ریاضی پیش‌بینی جمعیت، دانهات‌هوت در سال ۲۰۱۳ در آمریکا، مقاله‌ای با استفاده از مدل‌سازی ریاضی پیش‌بینی رشد نمایی و هیبرولیک انجام داده است که با توجه به جمعیت‌های ۱۹۶۰ و ۲۰۰۹ جهان، با مدل‌سازی ریاضی پیش‌بینی رشد نمایی جمعیت جهان در سال ۲۰۵۰ به برآوردی معادل ۱۳/۳۹ میلیارد نفر و در سال ۲۰۳۲ به جمعیتی معادل ۱۰ میلیارد نفر رسیده است و در سال ۲۱۷۲، جمعیت جهان را معادل ۱۰۰ میلیارد نفر

مقاله‌ای با عنوان «روش‌های ریاضی در پیش‌بینی جمعیت ایران» نوشته‌اند (۸) و یدالله واقعی و همکاران مقاله دیگری هم با عنوان «برآورد میزان رشد متغیر جمعیت ایران» در سال ۱۳۸۲ با استفاده از روش رشد هندسی ریاضی پیش‌بینی جمعیت منتشر کرده‌اند. مژگان عاشوری (۹) (۱۳۹۳) مقاله دیگری با عنوان «پیش‌بینی جمعیت با استفاده از روش‌های ریاضی: تصاعد حسابی و تصاعد هندسی» در مرکز بهداشت رشت انجام داده و جمعیت سال ۱۳۹۵ کشور را برآورد کرده است. با توجه به جریان‌های فکری انسان در جمعیت و جامعه، چندین نظریه ارائه شده است: نظریه لیبین اشتایندر در دههٔ توسعه (۱۹۶۰) ارائه شده و بر این فرض عملی و تجربی استوار است که نرخ رشد جمعیت تابعی از سطح درآمدهای سرانه است و با مراحل مختلف توسعه اقتصادی ارتباط دارد. هنگامیکه درآمدهای سرانه معادل سطح حداقل معاش است، نرخ زادوولد و مرگ‌ومیر در سطح حداکثر است. در این حالت، نرخ‌های زادوولد و مرگ‌ومیر برابر و در نتیجه، رشد جمعیت در سطح بقا است. اگر درآمد سرانه به سطوح بالاتر از سطح حداقل معاش افزایش یابد، در این حالت، نرخ مرگ‌ومیر کاهش می‌یابد، بدون اینکه تغییری در نرخ زاد و ولد ایجاد گردد. از این نقطه به بعد، همراه با رشد درآمد سرانه، نرخ زادوولد کاهش خواهد یافت و هنگامی که روند توسعه اقتصادی تحکیم شود، رشد جمعیت کاهش خواهد یافت (۹). مالتوس (۱۷۶۶-۱۸۳۴) اقتصاددان سیاسی مربوط به اواخر قرن ۱۸ و اوایل قرن ۱۹ زمانی در ردیف اقتصاددانان قرار گرفت که سرمایه‌داری بازرگانی به سرعت به وسیله رقابت آزاد به عنوان یک شعار و روش عمل‌گرایانه در حال نضج گرفتن بود. رقابت آزاد میان کارفرمایان به این معنا بود که آنانی که توانایی تولید کالاهای بهتر و ارزان‌تر را داشتند، می‌توانستند دست دیگران را از زیان بازار کوتاه کنند. در مواجهه با چنین اقتصادی است که مالتوس چنین بیان می‌دارد: جمعیت در همهٔ کشورها در مقایسه با رشد غلات کشاورزی در دسترس، از رشد بیشتری برخوردار است؛ بنابراین، رقابت سختی میان مردم در دستیابی به منابع محدود وجود دارد؛ در نتیجه، چرا باید به جمعیت اضافی و مازاد فقیران اجازه داد

برآورد کرده است. او همچنین با استفاده از ترکیب دو مدل‌سازی ریاضی پیش‌بینی رشد نمایی و هیپربولیک، زمان دو برابر شدن جمعیت جهان را ۴۸ سال پس از سال ۲۰۱۳، یعنی در سال ۲۰۵۱، حدود ۱۴ میلیارد نفر تخمین زده است و همچنین برآورد تعداد افرادی که تاکنون از ۱۰۰ هزار سال پیش از میلاد حضرت مسیح در جهان زندگی می‌کرده‌اند، به صورت شگفت‌آوری حدود ۱۰۸ میلیارد نفر تخمین زده است. با اینکه اطلاع دقیق و صحیحی از تعداد جمعیت ایران تا سال ۱۳۳۵ در دست نیست؛ اما مسلم است تا اواخر قرن سیزدهم هجری شمسی، به علت بالا بودن میزان مرگ‌ومیر، رشد جمعیت بسیار ناچیز بوده است. افزایش جمعیت ایران در فاصلهٔ سال‌های ۱۳۰۴-۱۲۷۹ هجری شمسی، به طور متوسط سالانه ۰/۲ درصد و در فاصلهٔ سال‌های ۱۳۲۴-۱۳۰۵ هجری شمسی سالانه ۱/۵ درصد، در فاصلهٔ سال‌های ۱۳۴۴-۱۳۲۵ هجری شمسی سالانه ۲/۵ درصد و کل جمعیت ایران در سال‌های ۱۲۷۹ تا ۱۳۳۵ به این ترتیب بوده است: بررسی تغییرات تعداد و حجم جمعیت ایران طی سرشماری‌های عمومی نفوس و مسکن سرشماری سال‌های ۱۳۸۵-۱۳۳۵ حاکی از آن است که طی این مدت، حدود ۵۶/۲ میلیون نفر به جمعیت کشور اضافه شده است، در حالی که طی پنجاه سال پیش از آن، طبق اسناد موجود، تنها ۷/۸ میلیون نفر به جمعیت افزوده شده بود. این تفاوت ۴۳ میلیون نفری که در نیمهٔ دوم قرن اتفاق افتاده، واقعیتی است که عمده‌تاً معلول کاهش مرگ‌ومیر، به‌ویژه مرگ‌ومیر کودکان و تغییر نگرش خانواده‌ها به بقای فرزندان بوده است. از ابتدای نیمهٔ دوم قرن حاضر، جمعیت کشور ۳/۷ برابر شده است که رشدی برابر ۲/۷ درصد را نشان می‌دهد. رشد جمعیت کشور طی دوره‌های سرشماری یکسان نیست. رشد جمعیت کشور تا شروع انقلاب اسلامی، روندی کاهنده و ناگهان پس از انقلاب اسلامی، افزایش داشته است، به طوری که در دههٔ ۶۵-۵۵، به یک‌باره به رشدی نزدیک به ۴ درصد (۳/۹ درصد) رسیده که در تاریخ کشورمان بی‌سابقه بوده است. دربارهٔ پیش‌بینی جمعیت در حوزه کاربرد روش‌های ریاضی در جمعیت‌شناسی، طه نوراللهی و حمیدرضا خلخالی (۱۳۸۰)

تا مواد غذایی را ببینند که افراد طبقه مالک می‌توانند از آن منتفع شوند و از زندگی بهتری برخوردار گردند؟ مالتوس در ادامه به نکات جالبی اشاره می‌کند. او از هم‌وطنانش می‌خواهد که جنگ، قحطی، گرسنگی، طاعون، قتل‌عام و غیره را به‌عنوان وسیله‌های منصفانه الهی، برای کنترل رشد لجام‌گسیخته جمعیت و تنبیه فقرا به‌سبب خودداری نکردن از تولیدمثل بیولوژیکی تلقی کنند. با این دیدگاه، او با هر نوع اصلاحات اجتماعی همانند «قانون حمایت از فقیران» در انگلستان مخالفت می‌کرد. بر اساس این، او می‌گوید: از آنجاکه میزان جمعیت به‌طور دائم مترصد است تا از وسایل معیشت سبقت گیرد، دستگیری از فقرا احمقانه است و این موضوع به‌نوعی تشویق‌کننده عمومی فقر است؛ بنابراین، دولت کاری به‌جز رها کردن فقرا به‌دست سرنوشت خویش ندارد و حداکثر می‌تواند مرگ را برای آنان راحت‌تر سازد. او به علت اینکه نظریه تجربی‌اش وجهه علمی داشته باشد، از ریاضیات کمک گرفت و به جمع‌آوری ارقام مربوط به‌اندازه جمعیت و تولید مواد غذایی برای تعدادی از کشورها روی آورد. او در نهایت ادعا کرد که جمعیت انسانی به‌صورت تصاعد (هندسی) رشد می‌کند، درحالی‌که تولید غذا به‌صورت تصاعد حسابی رشد می‌نماید. این مسئله از نظر ریاضی بر چه چیزی تأکید دارد؟ این موضوع نشان می‌دهد که اندازه جمعیت به‌گونه‌ای رشد می‌کند که نرخ نسبی رشد آن تابعی فزاینده در طول زمان است؛ و به این معنی است که اندازه جمعیت با گذشت زمان، بی‌نهایت بزرگ می‌شود. مالتوس نشان می‌دهد که عرضه غذا ممکن است که در بخشی از زمان، از رشد جمعیت بالاتر باشد؛ اما به‌هرحال، از رشد سریع جمعیت عقب می‌افتد (۱۰).

مواد و روش‌ها

این پژوهش از نوع تحقیقات کاربردی -آموزشی است. برای رسیدن به اهداف یادشده، طیف گسترده‌ای از داده‌های ملی در سطح فردی و انبوه استفاده گردید. درواقع، در این مطالعه از «روش تحلیل ثانویه و اسنادی» استفاده شد. در روش تحلیل ثانویه یا تحلیل داده‌های ثانویه به واکاوی و تحلیل ابعاد و اهداف مدنظر تحقیق بر اساس داده‌های از پیش

گردآوری‌شده توسط مراکز آماری (نظیر مرکز آمار ایران) می‌پردازیم. موارد زیر عمده‌ترین منابع داده‌های استفاده‌شده در این گزارش هستند:

۱. نتایج سرشماری‌های جمعیتی کشور از ۱۳۳۵ تا ۱۳۹۵؛ ۲. علاوه بر این‌ها، در مطالعه حاضر از روش اسنادی و کتابخانه‌ای برای بررسی برآوردهای جمعیتی مطالعات انجام‌گرفته در ایران، به‌ویژه در حوزه مدل‌سازی ریاضی پیش‌بینی جمعیت بهره گرفته شد. عمده‌ترین روش‌های استفاده‌شده در این پژوهش عبارت‌اند از: روش‌های پیش‌بینی، تحلیل و آینده‌نگری جمعیت-شناسی از طریق مدل‌سازی ریاضی جمعیت، مطالعات کتابخانه‌ای-اسنادی.

در اکثر پژوهش‌های انجام‌شده جمعیت‌شناسی، بیشتر از ۴۰ درصد از روش توصیفی-اسنادی و پس از آن، از روش پیمایشی استفاده‌شده و بیشتر تحقیقات صورت‌گرفته به‌صورت کمی بوده است و استفاده از روش‌های کیفی و سایر پژوهش‌ها در رتبه‌های بعدی قرار می‌گیرد. روش نمونه‌گیری در این پژوهش، جمع‌آوری داده‌های سرشماری‌های انجام‌شده است که در مرکز آمار ایران وجود دارد. از فن‌های پیش‌بینی جمعیت به روش‌های مدل‌سازی ریاضی و نیز آمارهای توصیفی برای تحلیل داده‌ها استفاده شد. جامعه آماری و حجم نمونه این پژوهش جمعیت کل سرشماری‌های انجام‌شده ایران از سال ۱۳۳۵ تا ۱۳۹۵ است و با مراجعه به سایت مرکز آمار ایران، از داده‌های سرشماری‌های آن استفاده گردید.

یافته‌های پژوهش

جمعیت ایران بر اساس نتایج سرشماری‌های انجام‌شده مرکز آمار ایران در سال‌های ۱۳۳۵، ۱۳۴۵، ۱۳۵۵، ۱۳۶۵، ۱۳۷۵، ۱۳۸۵، ۱۳۹۰، ۱۳۹۵ و یک تمام شماری انجام‌شده در سال ۱۳۷۰ به‌قرار جدول ۱ است.

جدول شماره ۱. نتایج سرشماری جمعیت ایران از ۱۳۳۵ الی ۱۳۹۵ مرکز آمار ایران

سال	نتیجه	سال	نتیجه
۱۳۳۵	۱۸۹۵۴۷۰۴	۱۳۴۵	۲۵۷۸۸۷۲۲
۱۳۵۵	۳۳۷۰۸۷۴۴	۱۳۶۵	۴۹۴۴۵۰۱۰
۱۳۷۰	۵۵۸۳۷۱۶۳	۱۳۷۵	۶۰۵۵۴۸۸
۱۳۸۵	۷۰۴۹۵۷۸۲	۱۳۹۰	۷۵۱۴۹۶۶۹
۱۳۹۵	۷۹۹۲۶۲۷۰	رشد سال ۱۳۹۵: ۱/۲۴٪	

است:

$$k_p = 1.016193 \rightarrow k_p = \frac{6.971566}{60} = \frac{dp}{dt}$$

که در این عبارت، K نرخ رشد جمعیت در $Y^A(-)$ و P جمعیت است. این معادله دیفرانسیل مدلی را به صورت زیر فراهم می‌آورد:

$$P(t) = ce^{kt}$$

با استفاده از داده‌های حاصل از نقاط نمونه انتخابی، به عنوان مثال سرشماری ۱۳۳۵ و ۱۳۹۵ که در آن‌ها به ترتیب جمعیت ایران ۱۸۹۵۴۷۰۴ و ۷۹۹۲۶۲۷۰ بود، می‌توانیم C و K را به قرار زیر تعیین کنیم. ما سال ۱۳۳۵ را از طریق طراحی مدل جدید، نقطه زمانی $T = 0$ تعیین می‌کنیم:

$$P(t) = ce^{k(t-1335)}$$

زیرا در سال ۱۳۳۵، جمعیت ۱۸۹۵۴۷۰۴ بود که در نتیجه، رابطه زیر به دست می‌آید:

$$C = P(35) = 1895470.4$$

بنابراین، مدل خود را به صورت زیر می‌توانیم بنویسیم:

$$P(t) = P(t) e^{k(t-1335)}$$

اکنون با استفاده از داده‌های جمعیتی حاصل از سال

۱۳۹۵، می‌توان k را از رابطه زیر به دست آورد:

$$k = \frac{\ln \left[\frac{P_{95}}{P_{35}} \right]}{60} = \frac{\ln \left[\frac{79926270}{1895470.4} \right]}{60} = \frac{4/21670}{60} = 0.0724$$

بنابراین، مدل تشریحی (نمایی) به قرار زیر نوشته

می‌شود:

$$p(t) = 1895470.4 e^{0.0724(60-t)}$$

$$p(1400) = 1895470.4 e^{4/5656}$$

جمعیت مورد استفاده سرشماری ۱۳۹۵ و برآورد

جمعیت سال ۱۴۰۰ با استفاده از روش و مدل‌های ریاضی بالا، شیوه کار است. پیش‌بینی از روی سرشماری بر اساس سال‌های ۱۳۳۵ تا ۱۳۹۵ بود و لازم به ذکر است، این پژوهش پیش از سرشماری ۱۴۰۰ است و برآورد ۵ ساله اول سال ۱۴۰۰ بر اساس مدل کار شده است که از این روش، طبق مدل به دست آمده تا افق ۱۴۲۰، جمعیت برآورد گردیده است.

مدل‌سازی ریاضی پیش‌بینی رشد نمایی جمعیت

(مدل‌سازی تشریحی): افزایش جمعیت برآمده از میزان رشد ثابتی است و اگر مثبت باشد، جمعیت افزایش می‌یابد؛ اما اگر افزایش رشد جمعیت ثابت باشد، جمعیت تغییرات ثابتی به خود می‌گیرد و اگر منفی باشد، جمعیت کاهش می‌یابد و به صورت فرمول ریاضی $P(t) = P_0 e^{kt}$ است. افزایش هندسی جمعیت (روش مالتوس) در واقع حالتی ویژه از رشد نمایی جمعیت است.

روش مدل‌سازی ریاضی رشد نمایی را برای جمعیت

کشور ایران به صورت ذیل تشریح می‌گردد:

$$P_{35} = 1895470.4$$

$$P_{95} = 79926270$$

$$dp = P_{95} - P_{35} = 79926270 - 1895470.4 = 6.971566$$

$$dt = 95 - 35 = 60 \text{ سال}$$

$$k = \frac{6.971566}{60} = 0.116193$$

ایران از ۱۳۳۵ الی ۱۳۹۵: ایجاد یک مدل رشد

تشریحی (نمایی) جمعیت با این فرض آغاز می‌گردد که نرخ

رشد جمعیت متناسب با جمعیت جاری است، امکان‌پذیر

جدول شماره ۲. برآورد جمعیت ایران تا سال ۱۴۲۰ بر اساس مدل‌سازی ریاضی رشد نمایی پیش‌بینی جمعیت

فاصله زمانی از سرشماری ۱۳۳۵	سال پیش‌بینی	پیش‌بینی جمعیت	مدل ریاضی
۶۵	۱۴۰۰	۸۶۵۳۹۵۹۷	$P_{(1400)}$
۷۰	۱۴۰۵	۹۳۱۹۶۴۸۹	$P_{(1405)}$
۷۵	۱۴۱۰	۹۹۸۵۳۳۸۱	$P_{(1410)}$
۸۰	۱۴۱۵	۱۰۶۵۱۰۲۷۳	$P_{(1415)}$
۸۵	۱۴۲۰	۱۱۳۱۶۷۱۶۵	$P_{(1420)}$

همچنین این مدل را می‌توان برای تعیین سالی که در آن به هدف خاص جمعیتی خاص، از جمله ۱۰۰ میلیون دست یافت. با تعیین $P = 100000000$ (t)، مدت زمان $t = 75/12081$ به دست می‌آید؛ بنابراین، برای رسیدن به ۱۰۰ میلیون طی سال ۱۴۱۰، جمعیت برآورد می‌گردد. مسلماً جمعیت در سال‌های مختلف می‌تواند تخمین زده شود. علاوه بر این می‌توانیم از مدل تشریحی (نمایی) رشد برای تخمین نرخ رشد به قرار زیر استفاده کنیم:

$$P(t) = ce^{kt}$$

که به رابطه زیر دست می‌یابیم:

$$p'(t) = kC e^{k(t)} = kP(t) = 0.0724P(t)$$

البته معادله دیفرانسیلی است که از آن، مدل تشریحی

(نمایی) به دست می‌آید. اکنون قادر به مقایسه مدل به دست آمده با داده‌های واقعی جمعیت هستیم. جالب است بدانیم که چگونه پیش‌بینی‌های آن درباره دورترین مقایسه

گذشته با داده‌های جمعیتی واقعی صورت می‌گیرد؛ زیرا این روش مناسبی برای بحث پیرامون دقت مدل است. مدل نمایی به دست آمده پیش‌بینی جمعیت ایران به قرار زیر است:

$$P(t) = 18954704e^{0.0724(60)t}$$

مدل نمایی به دست آمده پیش‌بینی جمعیت روستایی ایران به قرار زیر است:

$$P(t) = 13001141e^{0.02663(60)t}$$

مدل نمایی به دست آمده پیش‌بینی جمعیت شهری ایران از این قرار است:

$$P(t) = 5953563e^{0.16557(60)t}$$

مدل نمایی به دست آمده پیش‌بینی جمعیت مردان ایران به قرار زیر است:

$$P(t) = 9644153e^{0.06998(60)t}$$

مدل نمایی به دست آمده پیش‌بینی جمعیت زنان ایران از این قرار است:

$$P(t) = 9310551e^{0.07057(60)t}$$

جدول شماره ۳. برآورد جمعیت (شهری، روستایی، مردان و زنان) ایران تا ۱۴۲۰ بر اساس مدل‌سازی ریاضی رشد نمایی

فاصله زمانی از سرشماری ۱۳۳۵	شهری	روستایی	مردان	زنان	سال
۶۵	۶۴۰۷۲۵۴۳	۲۲۵۱۱۰۴۲	۴۳۸۶۸۳۵۸	۴۲۷۰۷۹۶۲	۱۴۰۰
۷۰	۶۹۰۰۱۲۰۰	۲۴۲۳۵۴۲۷	۴۷۲۴۲۸۴۷	۴۵۹۹۳۱۹۰	۱۴۰۵
۷۵	۷۳۹۲۹۸۵۷	۲۵۹۶۶۵۲۹	۵۰۶۱۷۳۳۷	۴۹۲۷۸۴۱۸	۱۴۱۰
۸۰	۷۸۸۵۸۵۱۴	۲۷۶۹۷۶۳۱	۵۳۹۹۱۸۲۶	۵۲۵۶۳۶۴۶	۱۴۱۵
۸۵	۸۳۷۸۷۱۷۱	۲۹۴۲۸۷۳۳	۵۷۳۶۶۳۱۵	۵۵۸۴۸۸۷۴	۱۴۲۰

با توجه به برآوردها با روش مدل‌سازی ریاضی پیش‌بینی رشد نمایی از جدول‌های فوق می‌توان این گونه

نتیجه‌گیری کرد که این مدل برای پیش‌بینی جمعیت روستایی تطبیق مناسبی ندارد؛ چون جمعیت روستایی نسبت به جمعیت

افزایش می‌یابد. برای حفظ ابعاد در معادله می‌توان گفت:

$$k(p) = \frac{k_p}{p}$$

در این معادله در سمت راست، k اکنون مقداری ثابت

ضرب در p است که طبق زمان متغیر است و p_0 مقداری ثابت است. اکنون معادله دیفرانسیل به شرح زیر است:

$$\frac{dp}{dt} = k(p)p = \frac{k_p}{p} p = \frac{kp^2}{p}$$

اما اکنون معادله دیفرانسیل از این قرار و طبق

استاندارد محاسبات ریاضی به صورت dp تقسیم بر dt است.

$$\frac{dp}{dt} = \frac{kp^2}{p}$$

اکنون لازم است معادله دیفرانسیل زیر را حل کنیم:

$$\frac{dp}{p^2} = \left[\frac{k}{p} \right] dt$$

این کار از طریق تفکیک متغیرها انجام می‌شود،

به‌طوری که معادله زیر به دست می‌آید:

$$\int \frac{dp}{p^2} = \int \left[\frac{k}{p} \right] dt$$

اکنون می‌توان هر دو طرف معادله را تلفیق کرد،

به‌طوری که

$$-\frac{1}{p} = \left[\frac{k}{p} \right] t + c$$

و از آن رابطه زیر حاصل می‌گردد:

$$C = -\frac{1}{p}$$

اکنون اگر گفته شود که جمعیت در زمان $t=0$ ، p_0

است؛ پس ملاحظه می‌کنیم که معادله زیر را:

$$p(t) = \frac{p_0}{1 - k t} \rightarrow p(t) = \frac{p_0}{1 - 60k}$$

بنابراین، به‌عنوان مدل مبالغه‌آمیز رشد (هیپربولیک)،

رابطه زیر را خواهیم داشت:

$$p(1395) = \frac{p_0}{1 - 60k}$$

حالا می‌توان داده‌های حاصل از سال‌های ۱۳۳۵ و

۱۳۹۵ را برای به‌دست آوردن مقادیر ثابت به کار گرفت. سال

۱۳۳۵ را نقطه زمانی صفر در نظر می‌گیریم و بنابراین،

$p_0 = p(1335) = 1895470.4$ و از این مقدار برای یافتن k از طریق

ضرب در معادله بالا استفاده می‌کنیم.

$$k = \frac{1 - \frac{p_{1395}}{p_{1335}}}{60} = \frac{1 - \frac{1895470.4}{7992627.0}}{60} = \frac{1 - 0.2372}{60} = \frac{0.7628}{60} = 0.01271$$

شهری در حال کاهش است؛ اما برای جمعیت‌های شهری، مردان و زنان و کل جمعیت کشور تطبیق مناسبی دارد و می‌توان از این مدل برای پیش‌بینی رشد جمعیت‌های یادشده استفاده کرد و می‌توانیم محاسبه کنیم که مدل به‌دست آمده چه پیش‌بینی‌ای درباره گذشته دارد. مدل تشریحی هماهنگی مناسبی را برای داده‌های جمعیتی فراهم می‌آورد که آغاز آن‌ها حدود سال ۱۳۰۰ است، البته به‌طور قابل‌ملاحظه‌ای جمعیت واقعی در زمان‌های اولیه‌تر (دورتر) کمتر برآورد می‌گردد. این مسئله باعث می‌شود که جستجو و کشف مدل‌های دیگر جالب به‌نظر برسد.

توسعه یک مدل جدید به نام مدل‌سازی هیپربولیک

(رشد مبالغه‌آمیز جمعیت): افزایش جمعیت در گذشته با میزان

رشد جمعیت به‌صورت طبیعی و به شکل یک زنجیر منحنی

هیپربولیک است و به‌صورت فرمول ریاضی $(p = \frac{a}{t_e - t})$ است

که این توابع نیز بر اساس توابع نمایی تعریف می‌شوند که

محاسبه مشتق آن‌ها را ساده کرده است. (۱۲). در فرمول

برآورد رشد جمعیت، $e = 2.718$ است. در علم ریاضی منظور

این است که آهنگ تغییرات کمیت با خود کمیت متناسب

است.

$$P = P_0 e^{rt} \rightarrow P = P_0 2.718^{rt}$$

با رشد تشریحی و با معادله دیفرانسیل زیر آغاز

می‌کنیم:

$$p = \frac{dp}{dt}$$

که فرض بر این بود که k نرخ نسبی رشد جمعیت،

مقدار ثابت بود. اکنون به بررسی تغییر این فرض می‌پردازیم

که در کل، k تابع p است:

$$k(p) = \frac{dp}{dt}$$

احتمالاً چنین تابع ساده‌ای که در مدل‌های مبالغه‌آمیز

رشد به کار گرفته شده، برای استنباط این است که k متناسب با

p (۴) است. این مدل حاکی از این است که هنگامی که

جمعیت افزایش می‌یابد، نشان می‌دهد که شرایط اقتصادی یا

اجتماعی که افراد دارای فرزندان بیشتر با آن مواجه‌اند،

مطلوب است و بنابراین، نرخ افزایش جمعیت قطعاً با جمعیت

یا به صورت مدل زیر:

$$p(t) = \frac{P_{\tau_5}}{1 - 0.01271(t - 1395)}$$

بنابراین، اکنون می‌توانیم مدل مبالغه‌آمیز رشد

جمعیت (هیپربولیک) را به صورت زیر بنویسیم:

$$p(t_1) = C_e^{kt_1}$$

مدل هیپربولیک به دست آمده پیش‌بینی جمعیت ایران

به قرار زیر است:

$$P(t) = 1895470.4e^{0.01271(t-60)}$$

در معادله بالا، به جای مدت زمان (t) عدد ۶۰ قرار

گرفته که همان فاصله زمانی است.

جدول شماره ۴. برآورد جمعیت ایران تا سال ۱۴۲۰ بر اساس مدل‌سازی ریاضی رشد هیپربولیک

فاصله زمانی از سرشماری ۱۳۳۵	سال پیش‌بینی	پیش‌بینی جمعیت	مدل ریاضی
۶۵	۱۴۰۰	۱۵۶۵۹۴۲۸	$P_{(1400)}$
۷۰	۱۴۰۵	۱۶۸۶۴۰۰۰	$P_{(1405)}$
۷۵	۱۴۱۰	۱۸۶۸۵۵۷۲	$P_{(1410)}$
۸۰	۱۴۱۵	۱۹۲۷۳۱۴۳	$P_{(1415)}$
۸۵	۱۴۲۰	۲۰۴۷۷۷۱۴	$P_{(1420)}$

مقادیر به دست آمده در جدول شماره ۴ برآورد

جمعیت از روی مدل هیپربولیک برای ۵ ساله‌های آتی است که شامل افزایش بی‌حد جمعیت است که عملاً این مدل برای پیش‌بینی گذشته‌های بسیار دور کارایی دارد؛ نه برای آینده. مدل سازگار با برآورد جمعیت آینده مدل رشد نمایی است و در مقاله به آن اشاره شده و استفاده گردیده است.

مدل‌سازی هیپربولیک با توجه به جدول بالا، برای

پیش‌بینی جمعیت فعلی ایران تطبیق مناسبی ندارد و متناسب افزایش رشد جمعیت ایران نیست و کارایی مناسبی هم ندارد؛ اما مدل‌سازی ریاضی نمایی پیش‌بینی رشد برای کل جمعیت، شهری، مردان و زنان ایران متناسب است و کارایی دارد؛ اما می‌توان از ترکیب دو مدل نمایی و هیپربولیک زمان دو برابر شدن جمعیت کل، جمعیت شهری و روستایی، جمعیت مردان و زنان ایران را به دست آورد که حدوداً زمان دو برابر شدن برای جمعیت‌های ذکر شده ایران ۵۹ سال پس از سال ۱۳۹۵ است؛ یعنی در سال ۱۴۵۴ جمعیت‌ها دو برابر می‌شوند؛ بنابراین، روش محاسبه زمان دو برابر شدن جمعیت را می‌توان به شرح ذیل استفاده کنیم (۱۳).

زمان‌های مضاعف‌سازی (زمان دو برابر شدن

جمعیت): مسئله بسیار جالب درباره جمعیت‌ها این است که چه مدت طول می‌کشد تا جمعیت دو برابر گردد که این پدیده زمان مضاعف‌سازی نامیده می‌شود. می‌توانیم هر دو مدل را برای پیش‌بینی زمانی‌های مضاعف‌سازی به‌کار ببریم. برای مدل تشریحی (نمایی) می‌توان گفت، در نقطه یا زمان اولیه t، جمعیت را $p_{-}((t_1))$ در نظر می‌گیریم و هدف فاصله زمانی است که طول می‌کشد تا جمعیت دو برابر گردد:

$$p(t_1) = C_e^{kt_1}$$

پس در زمان ثانویه $p_{-}((t_2))$ جمعیت دو برابر شده

است و رابطه زیر به دست می‌آید:

$$p(t_2) = 2p(t_1) = C_e^{kt_2}$$

با تقسیم کردن معادله دوم بر معادله اول، رابطه زیر را

داریم:

$$2 = e^{k(t_2 - t_1)}$$

و یا

$$t_2 - t_1 = \text{doublingtime} = \frac{\ln 2}{k} = \frac{0.69315}{k}$$

بنابراین، برای مدل تشریحی (نمایی)، زمان

مضاعف‌سازی که همان $\frac{\ln 2}{k}$ مقداری ثابت است و بستگی به

مقدار k دارد. در مدل ما، k برابر است با ۰/۰۱۲۷۱؛ بنابراین

$p_{(t_1)} = \frac{p_0}{1 - k_{t_1}}$ and $p_{(t_r)} = \frac{p_0}{1 - k_{t_r}}$
 اکنون اگر فرض کنیم $p_{(t_r)} = 2p_{(t_1)}$ باشد و
 فرض نماییم که $t=0$ در سال ۱۳۳۵ و $k=0.01271$ باشد،
 می‌توان عبارات فوق را برای رسیدن به معادله بالا ترکیب کرد.

$$t_r - t_1 = \text{doublingtime} = \frac{1 - k(t_r - 1335)}{k} = \frac{1 - 0.01271(t_r - 1335)}{0.01271}$$

می‌کند؛ پس برای پایان دوره در سال ۹۵ ملاحظه می‌کنیم که

$$\text{doublingtime} = \frac{1 - 0.01271(1395 - 1335)}{0.01271} = \frac{1 - 0.01271(1395 - 1335)}{0.01271} = 59 \text{ سال}$$

اگر به معادله مدل زیر نگاه کنیم:

$$P(t) = \frac{p_0}{1 - k_t}$$

$$\begin{aligned} t_0 &= 1335 \\ t_2 &= 1400 \\ k &= 0.01271 \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 100 \text{ هزار سال قبل} \\ -t_1 = -98665 \end{array} \right.$$

که منحنی رشد جمعیت را با گذشت زمان توصیف
 می‌نماید، دریایم که می‌توان این معادله را بین دو نقطه زمانی
 تلفیق کرد:

$$\int_{t_1}^{t_r} \frac{p_0}{1 - k_t} dt$$

برای به‌دست آوردن کل سال‌ها افراد بین زمان t_1 و
 زمان t_r .

از طریق جایگزینی، با فرض اینکه $1 - k_t = 1 - k_{t_1}$ باشد،
 می‌توانیم معادله را تلفیق کنیم و بنابراین، $ds \frac{1}{k} = -dt$ و
 معادله $\int_{t_1}^{t_r} \frac{1}{s} ds \frac{p_0}{k}$ به‌صورت معادله زیر ساده‌نویسی
 می‌شود:

$$\frac{p_0}{k} \ln \left[\frac{1 - k_{t_1}}{1 - k_{t_r}} \right]$$

با یادآوری جمعیت اولیه t_1 در سال ۱۳۳۵ و جمعیت

ثانویه t_r در سال ۱۴۰۰، اکنون می‌توانیم معادله را به‌صورت

زمان مضاعف‌سازی حدود ۵۹ سال است و به‌نظر می‌رسد،
 تطابق مناسبی با داده‌های مدرن داشته باشد. با استفاده از مدل
 مبالغه‌آمیز (هیپربولیک) می‌توان یک عبارت را برای زمان
 مضاعف‌سازی محاسبه کرد که این عبارت این‌گونه آغاز
 می‌شود:

بنابراین، ملاحظه می‌کنیم که برای مدل تشریحی
 رشد زمان مضاعف‌سازی مقدار ثابتی نیست، بلکه با زمان تغییر

[جمعیت ایران با این روند پس از ۵۹ سال دیگر دو

برابر می‌شود؛ یعنی در سال $1395 - 59 = 1454$ ← [نفر
 $79926270 \times 2 = 159852540$]

مقایسه مدل بالا با روش مرسوم در علم
 جمعیت‌شناسی به قرار زیر است:

$$P.D.T = \frac{y_0}{r}$$

عدد ثابت ۷۰ نپیرین دوم عدد 0.69315 تقسیم بر رشد

جمعیت حاصل آن می‌شود زمان دو برابر شدن یک جمعیت:

$$P.D.T = \frac{y_0}{1/24} = 56/45 \text{ سال}$$

جمعیت ایران تقریباً پس از ۵۶ سال، یعنی سال

۱۴۵۱، به تعداد 159852540 نفر می‌رسد.

تعداد افرادی که از ۱۰۰ هزار سال پیش از اولین

سرشماری ۱۳۳۵ ایران تا حالا در ایران زندگی می‌کرده‌اند:

می‌توان کارهای جالبی با مدل مبالغه‌آمیز (هیپربولیک) انجام

داد؛ زیرا با گذشته تطابق نسبتاً مناسبی دارد. از جمله این کارها

پاسخ دادن به این سؤال است که از تولد حضرت مسیح، چند

نفر روی کره زمین زندگی کرده‌اند. حالا با این روش می‌توان

تعداد افرادی را به‌دست آورد که از ۱۰۰ هزار سال پیش از

اولین سرشماری ایران ۱۳۳۵ تا به حال، در ایران زندگی

کرده‌اند (۱۴). روش محاسبه به شرح ذیل است.

زیر بازنویسی کنیم:

$$= \frac{p}{k} \ln \rightarrow \left[\frac{1-k(t_1-1335)}{1-k \times 65} \right] \rightarrow \frac{.98729 \times 100}{.98729 \times 65} = \frac{198/729}{64/173} = 1/538482 \frac{p}{k} \ln \left[\frac{1-k(t_1-1335)}{1-k(t_2-1335)} \right]$$

به همین طریق، تعداد جمعیت برای جمعیت‌های شهری و روستایی و مردان و زنان را که از ۱۰۰ هزار سال پیش از سرشماری ۱۳۳۵ تا حالا زندگی کرده‌اند، به شرح جدول ذیل محاسبه می‌کنیم.

سپس جمعیت سال ۱۳۳۵ ایران (۱۸۹۵۴۷۰۴) را بر رشد جمعیت (عدد ۰/۰۱۲۷۱) تقسیم می‌کنیم که عدد ۱۴۹۱۳۲۲۱۰۸ به دست می‌آید. دوباره در عدد ۱/۵۳۸۴۸۲ ضرب می‌نماییم و جمعیت ۱۰۰ هزار سال پیش از سرشماری ۱۳۳۵ ایران تا حالا (تعداد ۲۲۹۴۳۷۲۲۰ نفر) به دست می‌آید.

جدول شماره ۵. برآورد انواع جمعیت ۱۰۰ هزار سال پیش سرشماری ۱۳۳۵ ایران بر اساس مدل‌سازی ریاضی هیپربولیک

ایران	شهری	روستایی	مردان	زنان	جمعیت سرشماری ۱۳۳۵
۱۸۹۵۴۷۰۴	۵۹۵۳۵۶۳	۱۳۰۰۱۱۴۱	۹۶۴۴۱۵۳	۹۳۹۰۵۵۱	
۰/۰۱۲۷۱	۰/۰۱۴۹۸	۰/۰۰۶۲۳	۰/۰۱۲۶۹	۰/۰۱۲۷۳	k
۱/۵۳۸۴۸۲	۱/۵۳۸۴۶۸	۱/۵۳۸۴۶۲	۱/۵۳۸۴۵۳	۱/۵۳۸۴۶۱	$\frac{1-k_{t_1}}{1-k_{t_2}}$
۲۲۹۴۳۷۲۲۰	۶۱۱۴۳۹۶۶۳	۳۲۱۰۵۵۵۵۹۹	۱۱۶۹۱۹۴۳۳۵	۱۱۳۴۸۷۷۹۶۴	برآورد

می‌شود:

$$r = \sqrt[t]{\frac{P_1}{P_0}} - 1$$

لازم است به این نکته توجه کنیم که میزان رشد جمعیت معمولاً ثابت نیست و سال به سال تغییر می‌کند؛ بنابراین، به جای یک رشد ثابت r در فاصله t_0 و t_1 ، میزان رشد‌های سالانه متغیر $r_-(t+1)$ و $r_-(t+2)$ و ... و $r_-(t+n)$ را به کار می‌بریم. با توجه به اینکه سرشماری‌ها معمولاً در آبان ماه برگزار می‌شود، r_-t میزان رشد سالانه مربوط به سال فرضی آبان t_0 تا آبان t_1 است (در نتیجه، مثلاً r_{95} میزان رشد سالانه آبان ۱۳۹۴ تا ۱۳۹۵ است) (۱۴). جمعیت سال ۱۴۰۰ با فاصله زمانی ۵ سال برابر است با:

$$P_1 = P_0 (1 + r)^t = 79926270 (1.06355) = 85005584$$

روش رشد خطی (رشد بدون توان): این روش الگویی از رشد جمعیت را توصیف می‌کند که در آن، میزان جمعیت همچنان با نرخ فعلی خود تغییر می‌کند (روند رشد جمعیت به صورت تابعی از رشد ثابت جمعیت در گذشته و وضع موجود در نظر گرفته می‌شود). به همین ترتیب، میزان

ارائه روش‌های دیگر پیش‌بینی ریاضی رشد جمعیت غیر از مدل‌سازی؛ روش رشد هندسی (رشد توان‌دار): یکی از ساده‌ترین و متداول‌ترین روش‌ها برای برآورد و پیش‌بینی جمعیت، روش ریاضی میزان رشد است. در شیوه معمول با استفاده از اطلاعات دو سرشماری پی‌درپی، میزان رشد مشاهده‌شده دوساله (یا پنج‌ساله، بسته به فاصله دو سرشماری) محاسبه و از این میزان برای پیش‌بینی کوتاه‌مدت جمعیت استفاده می‌شود. برای به دست آوردن میزان رشد مشاهده‌شده از دو سرشماری در زمان‌های t_0 و t_1 ، فرض کنید P_0 جمعیت سرشماری اول و P_1 جمعیت سرشماری دوم $P_1(t)$ سال پس از سرشماری اول) باشد. رابطه افزایش جمعیت به صورت هندسی به صورت زیر است:

$$P_1 = P_0 (1 + r)^t$$

در رابطه بالا فرض بر آن است که میزان رشد سالانه طی دوره t_0 و t_1 برابر مقدار ثابت r است. از این رابطه نتیجه می‌گردد:

$$\frac{P_1}{P_0} = (1 + r)^t$$

در نتیجه، میزان رشد ثابت r به صورت زیر محاسبه

تغییرات $0.993/$ برابر است با $a=1/33296$

جمعیت 1335 تقسیم بر این عدد منهای R دامنه

تغییرات $0.993/$ می‌شود $b=0.080622$

فاصله افق 1400 با سرشماری آخر 1395 برابر است

با 5 سال و آهنگ تغییرات $e=2/718$

درنهایت، پس از جای‌گذاری در فرمول اصلی رشد

لجستیک، جمعیت سال 1400 محاسبه می‌گردد (۱۵).

روش رشد گومپرتز

$$p = ab^{ct} = 75075240 (1.07281)$$

$$P1400 = 80541468$$

مجموع جمعیت‌های 1385 و 1390 و 1395 تقسیم بر

عدد 3 می‌شود 75075240 که همان a ضرب‌در دامنه تغییرات

R برابر یک به‌اضافه توان 5 عدد c ثابت. در 0.599 ضرب

می‌کنیم و فاصله زمانی 5 سال این جمعیت تا آخرین

سرشماری یعنی 1395 و درنهایت، جمعیت 1400 به‌دست

می‌آید (۱۶).

روش‌های دیگر پیش‌بینی رشد جمعیت که در این

پژوهش از آن‌ها صرف‌نظر شده است؛ عبارت‌اند از:

الف. روش رشد چندجمله‌ای از درجه n

$$p = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \dots + a_n t^n$$

ب. روش ترکیبی که بر معادله توازن استوار است:

$$P = P_0 (I - E) + (B - D)$$

ج. روش‌های اقتصادی: جدول شماره ۶ مقایسه

پیش‌بینی انواع جمعیت سال 1400 ایران با استفاده از

مدل‌سازی ریاضی نمایی و هیپربولیک با دیگر روش‌های

ریاضی و تعمیم آن به دیگر سال‌های آینده ایران تا افق 1420

با داده‌های سرشماری‌های 1335 الی 1395 را نشان می‌دهد.

بهمنظور مقایسه دو مدل‌سازی ریاضی پیش‌بینی رشد جمعیت

ایران که برای سال 1400 به‌کاررفته (نمایی و هیپربولیک)

می‌توان اظهار کرد که مدل‌سازی نمایی ریاضی پیش‌بینی

جمعیت ایران در افق‌های آینده تا 1420 متناسب‌تر به‌نظر

می‌رسد و تطبیق مناسبی با تغییرات جمعیت ایران دارد؛ اما

مقایسه این مدل‌سازی نمایی به‌کاررفته با دیگر روش‌های

ریاضی پیش‌بینی جمعیت می‌توان برآورد جمعیت سال 1395

را از روی سرشماری‌های 1335 الی 1390 نیز مشخص نمود

و این برآورد را با خود داده‌های سرشماری 1395 کشور به

تراکم جمعیت متناسب با زمان، افزایش یا کاهش خواهد

داشت. اگر میزان افزایش یا کاهش جمعیت در طول زمان

برابر با مشخصه r باشد، متعاقب آن، سطح جمعیتی در سال n ام

برابر خواهد بود با:

$$P_n = P_0(1 + rt)$$

P_n : میزان جمعیت در زمان n (جمعیت در سال مقصد)؛

P_0 : میزان جمعیت پایه (جمعیت در سال مبدأ)؛

t : دوره زمانی برحسب (ماه، سال، نیمسال و...)

r : میزان رشد در واحد زمان (همان r رشد سالانه جمعیت

است).

برای تشکیل این مدل نیاز به حداقل دو وضعیت در

بازه زمانی مشخص داریم. نمودار این مدل به‌صورت یک خط

مستقیم است.

$$P1400 = P95(1 + rt) = 79942270 (1.062) = 84881698$$

روش رشد نمایی تغییر یافته

$$p = a + bc^t$$

$$P1400 = 73088015 (1.12496) = 82221093$$

مجموع جمعیت‌های 1385 و 1390 و 1395 تقسیم بر

آهنگ تغییرات $e=2/718$ می‌شود: $a=82864503$

اختلاف جمعیت‌های 1385 از 1395 می‌شود:

$$b=9776488$$

اختلاف دو عدد به‌دست‌آمده بالا برابر است با:

$$a+b=73088015$$

دامنه تغییرات R برابر یک به‌اضافه توان 5 عدد c ثابت

$0.6599/$ ضرب‌در اختلاف a و b .

از فاصله زمانی 5 ساله این جمعیت تا آخرین

سرشماری، یعنی 1395 ، درنهایت جمعیت 1400 به‌دست

می‌آید.

روش رشد لجستیک

$$P1400 = 90251053 \quad p = \frac{k}{1 + e^{a+bt}}$$

صورت کسر k برابر است با مجموع جمعیت از سال

1335 تا 1395 تقسیم بر دو می‌شود عدد 235103995 .

جمعیت 1395 تقسیم بر این عدد به‌اضافه R دامنه

شرح جدول ذیل می‌توان محاسبه و مقایسه کرد.

جدول شماره ۶. برآورد جمعیت سال ۱۳۹۵ ایران بر اساس مدل‌سازی‌ها و دیگر روش‌های ریاضی، تنها با داده‌های سرشماری ۱۳۹۰

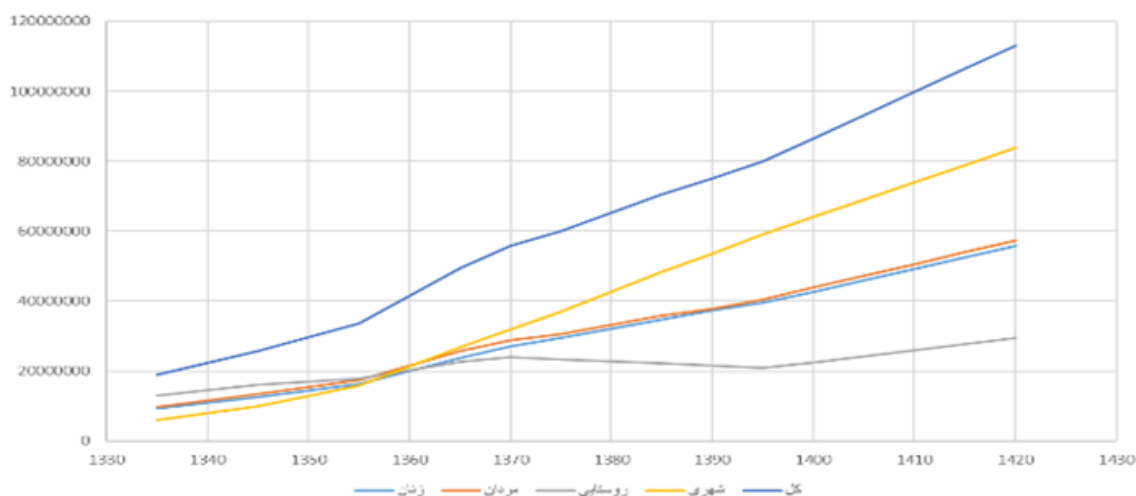
مدل پیش‌بینی جمعیت ۱۴۰۰	جمعیت کل	جمعیت مردان	جمعیت زنان	جمعیت شهری	جمعیت روستایی
مدل سازی نمایی	۸۶۵۳۹۵۹۷	۴۳۸۶۸۳۵۸	۴۲۷۰۷۹۶۲	۶۴۰۷۲۵۴۳	۲۲۵۱۱۰۴۴
مدل سازی هیپربولیک	۱۵۶۵۹۴۲۸	صرف نظر شد	صرف نظر شد	صرف نظر شد	صرف نظر شد
روش رشد هندسی	۸۵۰۰۵۵۸۴	۴۳۰۷۲۱۱۷	۴۱۹۳۳۴۶۶	۵۹۲۶۵۷۳۲	۲۰۷۷۲۱۵۰
روش رشد خطی	۸۴۸۸۱۶۹۸	۴۳۰۰۹۳۴۵	۴۱۸۷۲۳۵۳	۵۹۷۶۷۸۸۸	۲۰۷۴۳۰۵۹
روش رشد نمایی تغییر یافته	۸۲۲۲۱۰۹۳	۴۲۰۷۵۱۹۱	۴۰۶۷۸۳۴۴	۵۴۴۱۱۵۲۶	۲۵۰۶۵۲۳۷
روش رشد لجستیک	۹۰۲۵۱۰۵۳	۵۸۶۹۲۰۴۱	۳۱۵۵۹۰۱۲	۵۹۴۳۳۷۱۴	۳۰۸۱۷۳۳۹
روش رشد گومپرتز	۸۰۵۴۱۴۶۸	۴۰۸۵۳۳۶۵	۳۹۶۸۸۱۰۳	۵۷۵۹۳۲۵۷	۲۲۹۴۸۲۱۱
روشهای دیگر (چند جمله‌ای، ترکیبی، اقتصادی)	صرف نظر شد	صرف نظر شد	صرف نظر شد	صرف نظر شد	صرف نظر شد

جدول شماره ۷. نتایج جمعیت (کل، شهری، روستایی، مردان و زنان) از سرشماری ۱۳۳۵ الی ۱۳۹۵ و برآورد جمعیت‌ها با استفاده از مدل‌سازی

ریاضی پیش‌بینی رشد نمایی جمعیت تا افق ۱۴۲۰ ایران

جمعیت سال	جمعیت زنان	جمعیت مردان	جمعیت روستایی	جمعیت شهری	جمعیت کل
۱۳۳۵	۹۳۱۰۵۵۱	۹۶۴۴۱۵۳	۱۳۰۰۱۱۴۱	۵۹۵۳۵۶۳	۱۸۹۵۴۷۰۴
۱۳۴۵	۱۲۴۳۲۷۴۳	۱۳۳۵۵۹۷۹	۱۵۹۹۲۹۱۲	۹۷۹۵۸۱۰	۲۵۷۸۸۷۲۲
۱۳۵۵	۱۶۳۵۲۱۱۲	۱۷۳۵۶۶۳۲	۱۷۸۵۴۰۶۴	۱۵۸۵۴۶۸۰	۳۳۷۰۸۷۴۴
۱۳۶۵	۲۳۶۳۲۷۷۳	۲۵۸۱۲۲۳۷	۲۲۶۰۰۴۴۹	۲۶۸۴۴۵۶۱	۴۹۴۴۵۰۱۰
۱۳۷۰	۲۷۰۶۹۸۵۷	۲۸۷۶۷۳۰۶	۲۴۰۰۰۵۶۵	۳۱۸۳۶۵۹۸	۵۵۸۳۷۱۶۳
۱۳۷۵	۲۹۵۴۱۲۹۵	۳۰۵۱۴۱۹۳	۲۳۲۳۷۶۹۹	۳۶۸۱۷۷۸۹	۶۰۰۵۵۴۸۸
۱۳۸۵	۳۴۶۲۷۵۲۸	۳۵۸۶۸۲۵۴	۲۲۲۳۵۸۱۸	۴۸۲۵۹۹۶۴	۷۰۴۹۵۷۸۲
۱۳۹۰	۳۷۲۷۴۲۳۷	۳۷۸۷۵۴۳۲	۲۱۵۰۳۰۰۸	۵۳۶۴۶۶۶۱	۷۵۱۴۹۶۶۹
۱۳۹۵	۳۹۴۲۷۸۲۸	۴۰۴۹۸۴۴۲	۲۰۷۷۹۴۲۳	۵۹۱۴۶۸۴۷	۷۹۹۲۶۲۷۰
۱۴۰۰	۴۲۷۰۷۹۶۲	۴۳۸۶۸۳۵۸	۲۲۵۱۱۰۴۴	۶۴۰۷۲۵۴۳	۸۶۵۳۹۵۹۷
۱۴۰۵	۴۵۹۹۳۱۹۰	۴۷۲۴۲۸۴۷	۲۴۲۳۵۴۲۷	۶۹۰۰۱۲۰۰	۹۳۱۹۶۴۸۹
۱۴۱۰	۴۹۲۷۸۴۱۸	۵۰۶۱۷۳۳۷	۲۵۹۶۶۵۲۹	۷۳۹۲۹۸۵۷	۹۹۸۵۳۳۸۱
۱۴۱۵	۵۲۵۶۳۶۴۶	۵۳۹۹۱۸۲۶	۲۷۶۹۷۶۳۱	۷۸۸۵۸۵۱۴	۱۰۶۵۱۰۲۷۳

۱۱۳۱۶۷۱۶۵	۸۳۷۸۷۱۷۱	۲۹۴۲۸۷۳۳	۵۷۳۶۶۳۱۵	۵۵۸۴۸۸۷۴	۱۴۲۰
-----------	----------	----------	----------	----------	------



نمودار شماره ۱. نتایج جمعیت (کل، شهری، روستایی، مردان و زنان) از سرشماری ۱۳۳۵ تا ۱۳۹۵ و برآورد جمعیت‌ها با استفاده از مدل‌سازی ریاضی پیش‌بینی رشد نمای جمعیت تا افق ۱۴۲۰ ایران

بحث و نتیجه‌گیری

این تحقیق با استفاده از سرشماری‌های ۱۳۳۵ تا ۱۳۹۵

ایران، با روش مدل‌سازی ریاضی به پیش‌بینی جمعیت تا افق ۱۴۲۰ پرداخته است. پیش‌بینی آینده با استفاده از مدل‌سازی تشریحی (نمایی) رشد تطابق مناسبی با داده‌های حاصل از سرشماری ۱۳۳۵ تا ۱۳۹۵ ایران داشت و برای پیش‌بینی جمعیت فعلی ایران تا افق ۱۴۲۰ تطبیق خوبی را از خود نشان داد؛ به‌عنوان مدل پیش‌بینی جمعیت آینده ایران انتخاب شد؛ اما این مدل مطابقتی با جمعیت‌های بسیار قدیمی‌تر از ۱۳۳۵ نداشت؛ بنابراین، مدل‌سازی ریاضی مبالغه‌آمیز (هیپربولیک) رشد را توسعه بخشیدیم که نشان‌دهنده تطابق مناسبی با داده‌های گذشته است؛ اما در پیش‌بینی آینده جمعیت اشکال داشت؛ بنابراین، در مرحله دوم با ترکیب دو مدل‌سازی نمایی و هیپربولیک توانستیم زمان دو برابر شدن جمعیت (زمان مضاعف‌سازی جمعیت) را در آینده نیز تخمین بزنیم که برای همه جمعیت‌های مردان، زنان، شهری، روستایی و جمعیت کل کشور ایران تقریباً ۵۹ سال طول می‌کشد که دو برابر شوند و تطابق نزدیک و مناسبی نیز با مدت دو برابر شدن جمعیت داشت که از تقسیم عدد ثابت ۷۰ یا (۰/۶۹۳۱۵) بر رشد جمعیت ایران در سال ۱۳۹۵ برابر با ۵۶ سال به‌دست آمده است که با فرمول اصلی در علم جمعیت‌شناسی کارایی نزدیکی باهم

دارند؛ همچنین در مرحله آخر، با ترکیب دو مدل‌سازی نمایی و هیپربولیک می‌توان تعداد جمعیت‌هایی را که از ۱۰۰ هزار سال پیش از سرشماری‌های یادشده در ایران زندگی می‌کرده‌اند، به‌صورت شگفت‌آوری محاسبه کرد و به‌دست آورد. همه مراحل یادشده را نیز برای جمعیت فعلی جهان می‌توان به‌کار برد. افزایش یا کاهش جمعیت ایران نیز مانند تغییرات جمعیت جهان تقریباً مثل هم هستند و تغییرات جمعیت ایران تابعی از افزایش و تغییرات جمعیت جهان است و حتی از زمان آغاز زندگی و حیات در روی کره خاکی را می‌توان تخمین زد (۱۷)؛ بنابراین، ما باید همیشه مدل‌ها را در برابر داده‌های واقعی بررسی کنیم و نقاط قوت و ضعف هر مدل را نیز بدانیم؛ همچنین توجه به این نکته اهمیت دارد که پیش‌بینی‌های دقیق رشد جمعیت بسیار پیچیده‌تر از مدل‌های ارائه‌شده در این تحقیق هستند. در چنین پیش‌بینی‌هایی عواملی همچون توزیع سنی جمعیت، نرخ تولد، نرخ مرگ‌ومیر و... در نظر گرفته شوند.

مهم‌ترین نتیجه این تحقیق که می‌توان آن را به‌عنوان یک راهکار پیشنهاد کرد، این است که هدف سیاست‌ها و برنامه‌ریزی جمعیت نباید بر تعداد فرزندان خانواده متمرکز گردد، بلکه این برنامه‌ها باید بر کاهش سن ازدواج جمعیت جوان کشور متمرکز شود؛ زیرا جمعیت ایران در حال حاضر

در اوج سنین باروری قرار دارد و با همین روند در ۳۰ سال آینده، جمعیت با ثبات نرخ رشد جمعیت نزدیک به صفر برای کشور به همراه خواهد داشت.

سپاس‌گزاری

نویسندگان از همه کسانی که با همکاری صمیمانه خود در انجام این پژوهش در دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران یاری رسانده‌اند، کمال تشکر و سپاس‌گزاری دارند.

تعارض منافع

نویسندگان اظهار می‌دارند که هیچ تعارض منافی درباره این تحقیق وجود ندارد. مقاله حاضر بخشی از رساله نویسنده اول است.

کد اخلاق

CICT:10120514972017

مشارکت نویسندگان

نویسنده اول: پیشنهاد رساله اولیه، انجام کارهای عملی، جمع‌آوری داده‌ها، انجام آزمون آماری، نوشتن مقاله اولیه، تنظیم مقاله بر اساس فرمت مجله. نویسنده دوم و سوم: استاد راهنما، اصلاح مقاله، پاسخ به داوری‌ها و نظارت بر نگارش و اجرای رساله و مقاله داشته‌اند.

References

۱. Zanjani HA. Demographic changes of household in iran. JPAI 2006;1:61-80.
۲. Schröder M. Concepts and topics. Sharelife Methodology, 2011; 11:26-94.
۳. Abbasi-Shavazi M, Mehryar, A, Jones G, Mcdonald, P. Revolution, war and modernization: Population policy and fertility change in Iran. J Popul Res 2002; 25: 19. doi: 10.1007/BF03031967.
۴. Hathout D. Modeling population growth: exponential and hyperbolic modeling. Appl Math 2013;4:299-304. doi: 10.4236/am.2013.42045.
۵. Bender B. Asymptotic approximations for the number of fanout-free functions. IEEE Trans Comp 1978;100:1180-3. doi: 10.1109/TC.1978.1675021.
۶. Fulford G. Mathematical modelling using scenarios, case studies and projects in early undergraduate classes. Int J Math Educ Sci Technol 2023; 55:1-12. doi:10.1080/0020739X.2023.2244490.
۷. Hajilo M, Pennington-Gray L, Riahi V, Talkhab A. A Risk Management Assessment of Rural Villages in Abhar County, Iran Using Spatial Analysis and Disaster Readiness Surveys. Preprints 2017; 7. doi: 10.20944/preprints201707.0067.
۸. Ghafari G, Karimi A, Nozari H. Trend study of quality of life in Iran. Social Studies Res Iran 2012; 1:107-34. doi: 10.22059/JISR.2013.36564.
۹. Behnood M, Morovati M, Ghanei Bafghi M J. Prioritizing effective factors on dust through DPSIR model and decision-making methods in Rigan city, Kerman province. DEEJ 2022; 9:15-28. doi: 10.22052/deej.2020.9.26.11.
۱۰. Namazi A, Rafiey H, Mousavi M, Setareh Forouzan A. Ghaed Amini, G. A systematic review of studies on the factors affecting the quality of life in the general population of Iran. J Health Literacy 2021; 5: 17-30. doi: 10.22038/jhl.2021.54455.1143.
۱۱. Nemati M, Sardari Charmi A. Analysis of Latiyan Dam Catchment's Water Resource Condition Based On DPSIR Conceptual Model. Human Environ 2017; 15: 31-46.
۱۲. Anabestani A, et al. The Role of Rural Management (Dehyaries) in Sustaining Rural Settlement Population (Case Study: Meymand District). JSHSP 2014; 9:59-72. doi:10.30490/RVT.2020.342324.1205.
۱۳. Nasrilazadeh MJ, Saraei H. The structural and functional differetiation of Military organizations from the political institutions. Iran J Sociol 2008;9:24-57. doi: 10.30510/PSI.2022.328748.3080.
۱۴. Dehghan nezhad R. The Role of Parents in the Sociability of Children According to Quran. Biannual J Res Interpret Quran 2022; 9: 165-96.
۱۵. Kashani-Sabet F. 'Iran's Population Policies: A Historical Debate', in Rickie Solinger, and Mie Nakachi (eds), Reproductive States: Global Perspectives on the Invention and Implementation of Population Policy (New York, 2016; online edn, Oxford Academic 2016. doi:10.1093/acprof:oso/9780199311071.003.0007.
۱۶. Sadidpour S, Ghaneirad MA. The Evolution of Madness in the Lasting Texts of Persian Literature. Textual Criticism of Persian Literature 2014; 6: 23-42.
۱۷. Mehrolhassani MH, Mirzaei S, Poorhoseini SS, Oroomiei N. Finding the reasons of decrease in the rate of population growth in Iran using causal layered analysis (CLA) method. Med J Islam Repub Iran 2019; 33:92. doi:10.34171/mjiri.33.92.